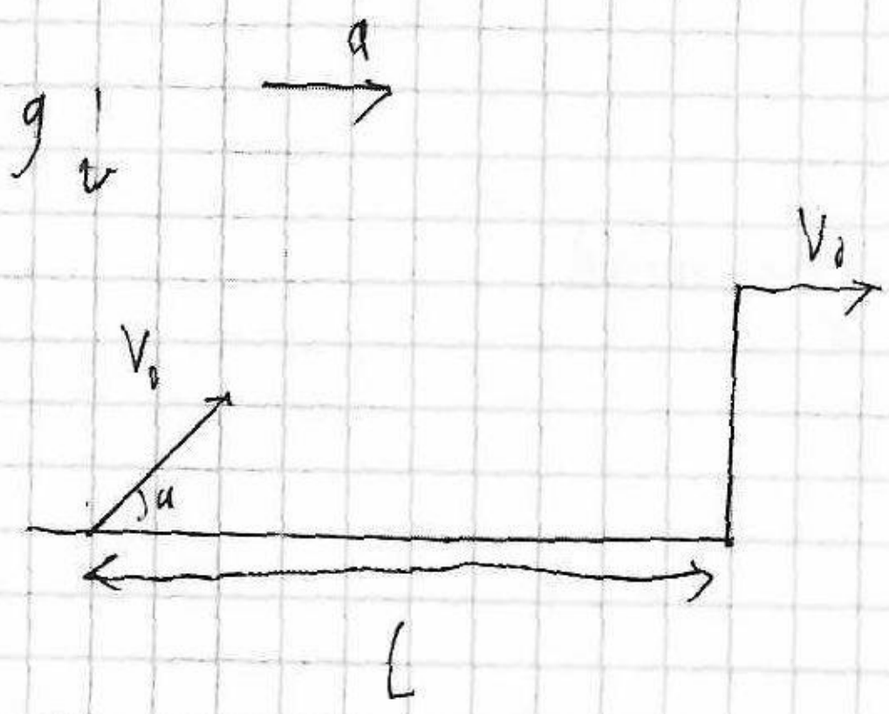
Вариант задания 2



№ 1

Скорость в точке с забором горизонтальна, значит:

$gt = V_0 \sin\alpha$, где $\angle\alpha$ - угол между горизонтом и начальной скоростью.

$$L = \frac{V_0 \cos\alpha + V_0}{2} t$$

$$L = \frac{V_0 (1+\cos\alpha)}{2} t \quad \Rightarrow \quad \frac{2\sin\alpha}{1+\cos\alpha} = \frac{gt^2}{L} = 1$$ - откуда:

$\sin\alpha = 0,8$, $\cos\alpha = 0,6$

Вернемся к 1 уравнению:

$0,6\, V_0 = gt$

$V_0 = \frac{gt}{0,8} = 10$ м/с

$at = V_0 - V_0 \cos\alpha$

$$at = V_0(1-\cos\alpha)$$

$$a = \frac{V_0\,(1-\cos\alpha)}{t}$$

$$a = \frac{gt\,(1-0{,}4)}{0{,}1\,t}$$

$$a = \frac{g\cdot 0{,}4}{0{,}1}$$

$$a = \frac{g}{2} = 5\ м/с^2$$

Ответ: $V_0 = 10\ м/с$; $a = 5\ м/с^2$

№ 2

Сила гравитационного взаимодействия:

$$F = G\frac{mM}{R^2}$$

$$ma = G\frac{mM}{R^2}$$

$$a = G\frac{M}{R^2}$$

$$\omega^2 R = G\frac{M}{R^2}$$

$$\omega^2 = G\frac{M}{R^3}$$

$$\omega = \sqrt{G\frac{M}{R^3}}$$

Пусть угловая скорость первого спутника - ω_1, а второго - ω_2.

Если рассматривать движение второго спутника относительно базовой станции, то его угловая скорость - $\omega_2 - \omega_1$, и за сутки от двежды ей обметит. В то же время за сутки первый спутник обленает по кругу всего 1 раз, значит

olymp.bmstu.ru

$w_2 - w_1 = 2w_1$

$w_2 = 3w_1$

Обозначим радиус орбиты первого спутника за R, тогда:

$$w_1 = \sqrt{G\frac{M}{R^3}}$$

$$w_2 = \sqrt{G\frac{M}{r^3}}$$

$$\frac{w_1}{w_2} = \sqrt{\frac{r^3}{R^3}}$$

$$\frac{1}{3} = \sqrt{\frac{r^3}{R^3}}$$

$$\frac{1}{9} = \frac{r^3}{R^3}$$

$$R^3 = 9r^3$$

$$R = 2{,}08r$$

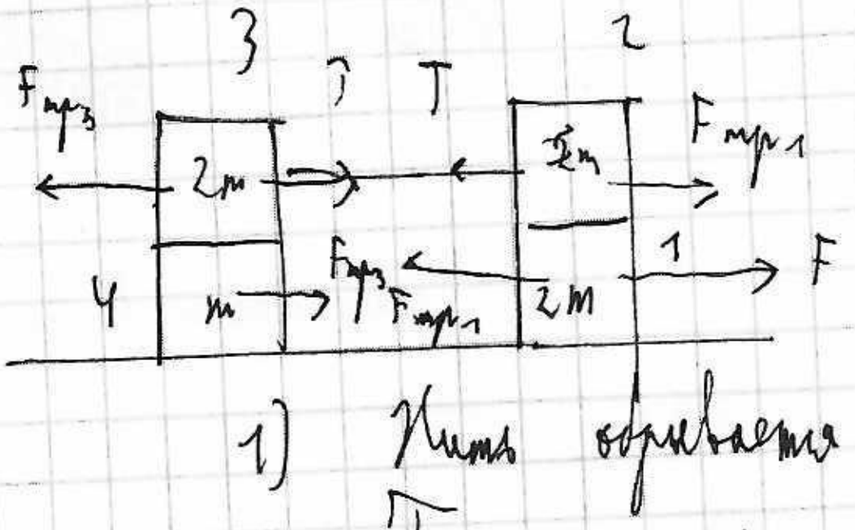
Минимальное расстояние между ними будет достигнуто в тот момент, когда 1 спутник будет проходить на второй:

$$\Delta r = R - r$$

$$\Delta r = 1{,}08r$$

Ответ: $\Delta r = 1{,}08r$

№ 3



Конструкция начинает разрушаться при выполнении одного из условий:

1) Нить оборвется
2) Бруски начинают скользить друг по другу.

Пока система стабильна, она двигается как единое целое, значит по 2-му закону Ньютона:

$$F = 6ma$$
$$a = \frac{F}{6m}$$

Запишем 2-ой закон Ньютона для кубиков 2, 3, 4:

Куб 2: $ma = F_{тр1} - T$

Куб 3: $2ma = T - F_{тр3}$

Куб 4: $ma = F_{тр3}$

Здесь $F_{тр1}$ - сила трения между 1 и 2 кубами, $F_{тр3}$ - сила трения между 3 и 4 кубами, T - сила натяжения.

Решая систему уравнений, получаем:

$$F_{тр1} = 4ma$$
$$T = 3ma$$
$$F_{тр3} = ma$$

Поставим $a = \frac{F}{6m}$:

$$F_{тр1} = \frac{2F}{3}$$
$$F_{тр3} = \frac{F}{6}$$
$$T = \frac{F}{2}$$

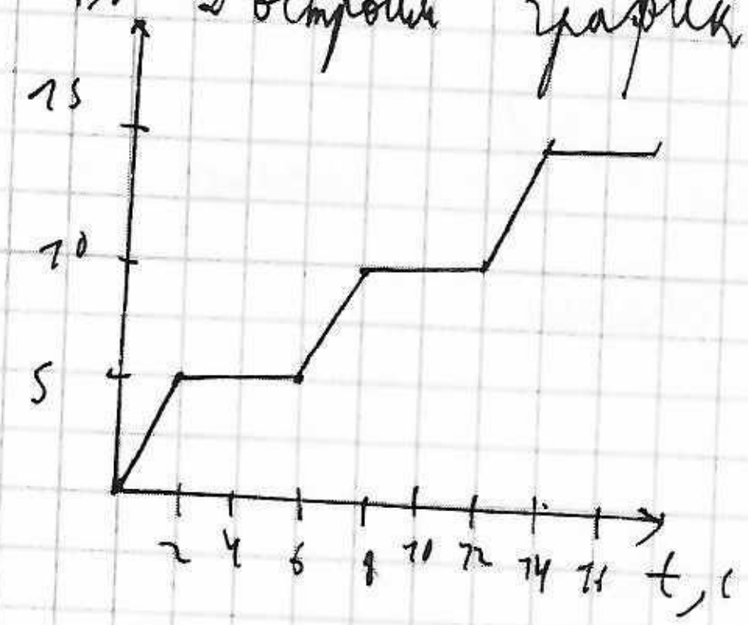
$F_{тр1\ макс} = \mu mg$, $F_{тр3\ макс} = 2\mu mg$, $T_{макс} = T_0$, значит

olymp.bmstu.ru

$$\mu mg \geq \frac{2F}{3} \quad \Big| \quad F \leq \frac{3}{2}\mu mg$$
$$2\mu mg \geq \frac{F}{6} \quad \Big| \Rightarrow \quad F \leq 12\mu mg$$
$$T_0 \geq \frac{F}{2} \quad \Big| \quad F \leq 2T_0$$

$$\frac{3}{2}\mu mg = 15\ н \quad \Big| \Rightarrow \quad F \leq 15\ н$$
$$2T_0 = 20\ н \quad \Big|$$

Построим график:



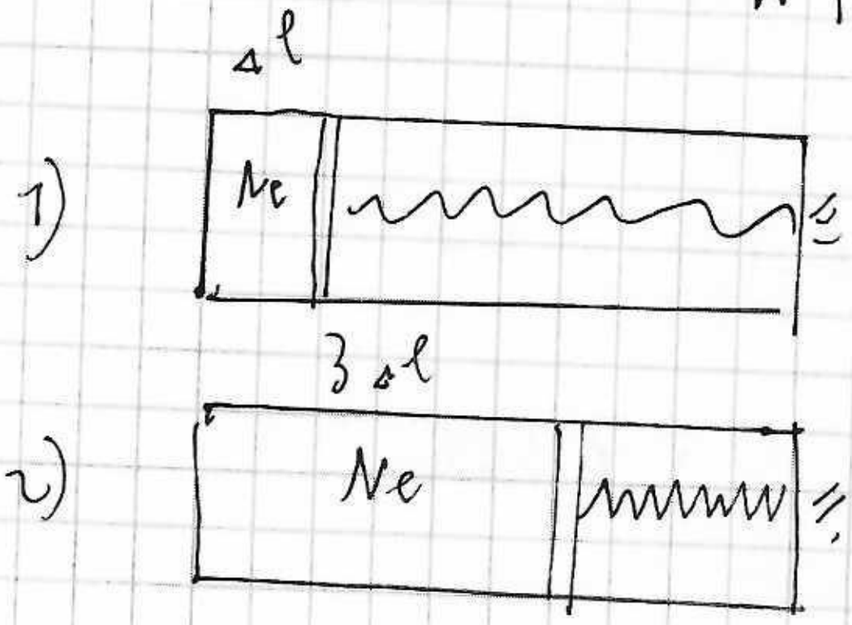
Условий коэффициент по времени равна: $\frac{5}{2} = 2,5$, значит с 12 по 14 секунду сила вырастет с 10 до 15 Ньютонов.

$F = 15$ при $t = 14$ с, значит

$t = 14$ с

Ответ: $t = 14$ с.

№4



Обозначим за положение 1 положение до нагревания, а за 2 положение - положение после нагрева.

В положении 1:

$$P_1 S \Delta l = \nu R T_1$$
$$P_1 S = k \Delta l$$

Здесь: P_1 - давление газа в положении 1, S - площадь поперечного сечения цилиндра, ν - кол-во газа в моль, T_1 - температура газа в положении 1, k - коэффициент жесткости пружины

В положении 2:

$$3 P_2 S \Delta l = \nu R T_2$$
$$P_2 S = 3 k \Delta l$$

Здесь: P_2 - давление газа в положении 2, T_2 - температура газа в положении 2,

Запишем 1 закон термодинамики:

$$Q = A + \Delta U$$
$$Q = A + \frac{3}{2} \nu R (T_2 - T_1)$$

При увеличении объема газа в 4 раз возрастает его давление, значит:

$$P \sim V$$
$$A = \frac{P_1 + P_2}{2} (V_2 - V_1)$$

$$P_2 S = 3 P_1 S \Rightarrow P_2 = 3 P_1$$

$$\left.\begin{aligned} 3 P_2 S \Delta l &= \nu R T_2 \\ P_1 S \Delta l &= \nu R T_1 \end{aligned}\right| \Rightarrow \nu R (T_2 - T_1) = 6 P_1 S \Delta l$$

$$\frac{P_1 + P_2}{2} (V_2 - V_1) = \frac{4 P_1}{2} (3 S \Delta l - S \Delta l) = 4 P_1 S \Delta l$$

$$Q = 4 P_1 S \Delta l + \frac{3}{2} 6 P_1 S \Delta l = 17 P_1 S \Delta l$$

$$P_1 S \Delta l = \frac{Q}{17}$$

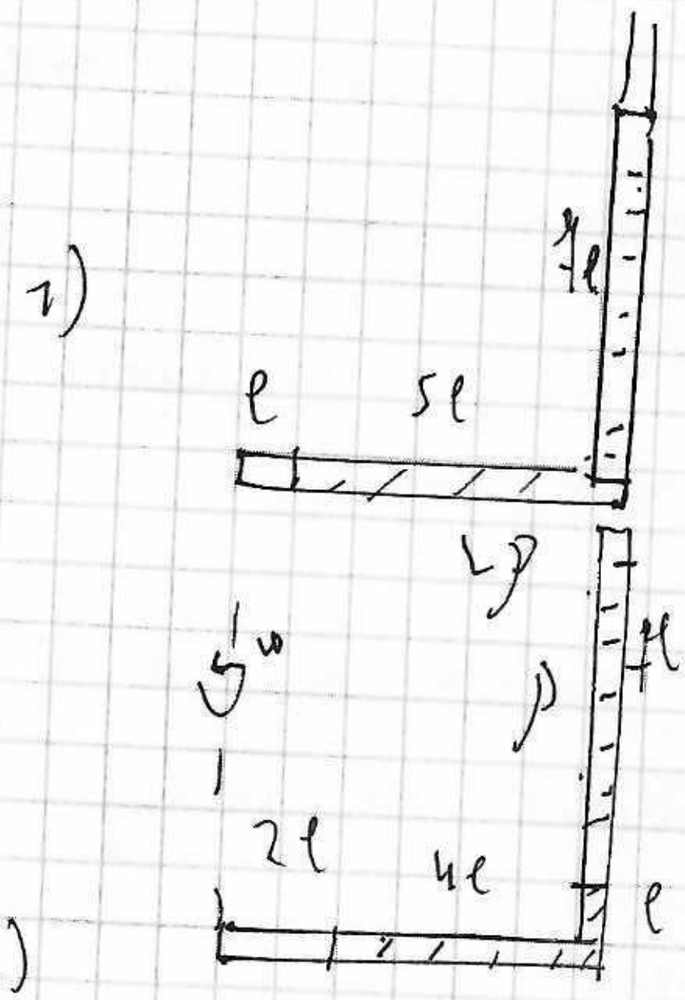
$$A = 4 P_1 S \Delta l = \frac{4 Q}{17} = \frac{Q}{4} = 3 \text{ кДж}$$

olymp.bmstu.ru

Вариант задания 2

Ответ: $A = 3$ кДж

№ 5



Пусть положение 1 - положение до раскручивания, а положение 2 - после

В положении 1:

$p_{в_1} S = 7 p l g S$, где $P_{в_1}$ - давление воздуха

$p_{в_1} = 7 p l g$

В положении 2:

$p_{в_2} = \frac{p_{в_1}}{2} = 3{,}5\, p l g$

$P_{в_2}$ - давление воздуха в положении 2. Оно уменьшилось в 2 раза, так как объем увеличился в 2 раза, а температура не изменилась.

Найдем массу горизонтальной части трубки:

$m_2 = 4l \cdot 2p \cdot S = 8 p l g S$

По второму закону Ньютона:

$m_2 \cdot \omega^2 \cdot R = 7 p l g S + 2 p l g S - P_{в_2} S$

R - расстояние от центра масс столбика до оси $O'1$. Оно равно $4l$.

$32 p l^2 \omega^2 S = 5{,}5\, p l g S$

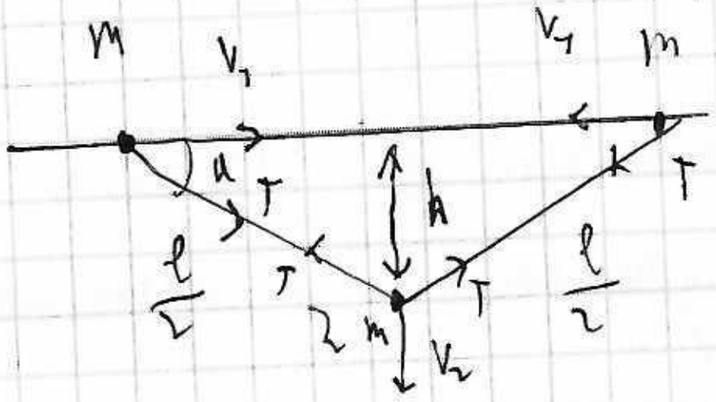
$32 \omega^2 l = 5{,}5 g$

Можно использовать оборот листа для записи решений

$$w^2 = \frac{11g}{64\ell}$$

$$w = \sqrt{\frac{11g}{64\ell}}$$

Ответ: $w = \sqrt{\frac{11g}{64\ell}}$



Пусть $\angle a$ - угол между нитью и стержнем, тогда

$$\sin a = \frac{h}{\frac{L}{2}} = \frac{2h}{L} = 0,6$$, а значит

$$\cos a = 0,8$$

Пусть v_1 - скорость бусинок массой m, а v_2 - скорость бусинки массой 2m. Тогда по закону палочки:

$$v_1 \cos a = v_2 \sin a \Rightarrow v_2 = \frac{v_1 \cos a}{\sin a}$$

Запишем закон сохранения энергии:

$$2mgh = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2} + mv_2^2$$

$$2gh = v_1^2 + v_1^2 \frac{\cos^2}{\sin^2 a}$$

$$2gh = \frac{v_1^2}{\sin^2 a}$$

$$v_1^2 = \sin^2 a \; 2gh$$

$$v_1 = \sin a \sqrt{2gh}$$

$$v_1 = 7,8 \text{ м/с}$$

$$v_2 = \frac{v_1 \cos a}{\sin a} = 2,4 \text{ м/с}$$

Пусть ускорение бусинок m - a_1, а бусинки 2m - a_2

olymp.bmstu.ru

Тогда по второму закону Ньютона:

$$\begin{cases} m a_1 = T\cos\alpha \\ 2 m a_2 = 2mg - 2T\sin\alpha \end{cases} \Rightarrow \quad a_1 = \frac{T\cos\alpha}{m}$$

$$a_2 = g - \frac{T\sin\alpha}{m}$$

Для ускорений также работает закон подвижки:

$$a_1\cos\alpha = a_2\sin\alpha$$

$$\frac{T\cos^2\alpha}{m} = g\sin\alpha - \frac{T\sin^2\alpha}{m}$$

$$g\sin\alpha = \frac{T}{m}$$

$$T = mg\sin\alpha$$

$$T = 0{,}6\ \text{Н}$$

Ответ: $v_1 = 1{,}8$ м/с ; $v_2 = 3{,}4$ м/с ; $T = 0{,}6$ Н

Можно использовать оборот листа для записи решений

